

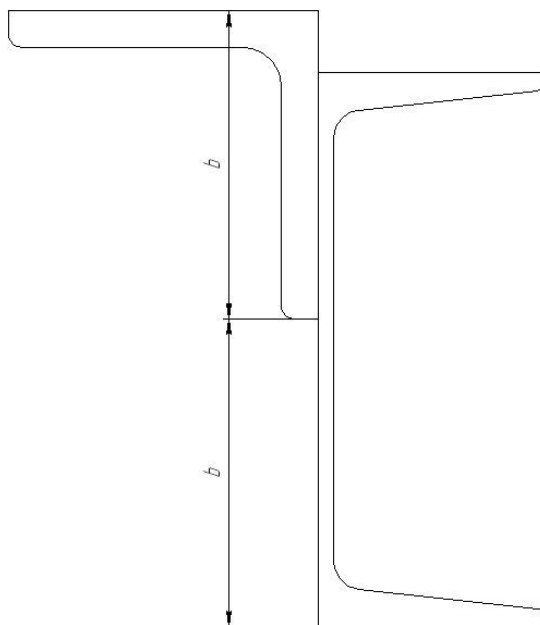
## Задача 1. Геометрические характеристики плоских сечений

Условие и порядок выполнения работы

1. Вычертить в масштабе заданное поперечное сечение балки, провести вспомогательные оси. Выписать из ГОСТов требуемые величины и размеры, привязав их к центральным осям каждой фигуры чертежа. Проставить основные размеры.
2. Определить положение центра тяжести всей фигуры, применив для этого статические моменты плоских фигур. Провести на чертеже через найденный центр тяжести параллельно прежним осям центральные оси всей фигуры.
3. Найти осевые моменты инерции и центробежный момент инерции всей фигуры относительно её центральных осей.
4. Определить моменты сопротивления фигуры относительно этих центральных осей.
5. Найти положение главных центральных осей фигуры и провести их на чертеже. На чертеже показать угол поворота главных центральных осей инерции по отношению к прежним осям и его направление.
6. Найти моменты сопротивления фигуры относительно главных центральных осей инерции. При этом расстояние от осей до наиболее удалённых точек фигуры допускается определять графически.
7. Определить радиусы инерции фигуры относительно главных центральных осей и по ним построить эллипс инерции.
8. Произвести проверку расчётов.

Исходные данные: швеллер 18а ГОСТ 8240-97, уголок равнополочный 100x100x12  
ГОСТ 8509-93

Профиль балки:



Дано:

Уголок.  $B=10$  см,  $x_0=y_0=2,91$  см;  $I_x=208,9$  см<sup>4</sup>;  $I_{xy}=122$  см<sup>4</sup>;  $A=22,8$  см<sup>2</sup>

Швеллер.  $h=18$  см;  $B=7,4$  см;  $x_0=2,13$  см;  $I_x=1190$  см<sup>4</sup>;  $I_y=105$  см<sup>4</sup>;  $A=22,2$  см<sup>2</sup>.

Решение.

1. Определение координат центра тяжести всей сложной фигуры (положение центральных осей)

$$X_c = \frac{\sum S_y}{\sum A} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{(10 - 2,91) \cdot 22,8 + (10 + 2,13) \cdot 22,2}{22,8 + 22,2} = 9,58 \text{ см};$$

$$Y_c = \frac{\sum S_x}{\sum A} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{(10 \cdot 2 - 2,91) \cdot 22,8 + (18/2) \cdot 22,2}{22,8 + 22,2} = 13,06 \text{ см}$$

где  $x_1, x_2, y_1, y_2$  - расстояние от центра тяжести каждого сечения до вспомогательных осей.

2. Определение осевых моментов инерции относительно центральных осей  $X_c, Y_c$

$$I_{Xc} = I_{X1} + I_{X2} + a_1^2 A_1 + a_2^2 A_2;$$

$$I_{Yc} = I_{Y1} + I_{Y2} + b_1^2 A_1 + b_2^2 A_2,$$

где  $a_1, a_2, b_1, b_2$  - расстояние от центра тяжести каждого сечения до центральных осей.

Откладываем  $a$  по оси  $y$ ,

$b$  по оси  $x$ :

$$a_1 = y_c - y_1 = 13,06 - 17,09 = -4,03 \text{ см};$$

$$a_2 = y_c - y_2 = 13,06 - 9 = 4,06 \text{ см};$$

$$b_1 = x_c - x_1 = 9,58 - 7,09 = 2,49 \text{ см};$$

$$b_2 = x_c - x_2 = 9,58 - 12,13 = -2,55 \text{ см}.$$

$$I_{Xc} = 208,9 + 1190 + (-4,03)^2 \cdot 22,8 + 4,06^2 \cdot 22,2 = 2135,1 \text{ см}^4;$$

$$I_{Yc} = 208,9 + 105 + 2,49^2 \cdot 22,8 + (-2,55)^2 \cdot 22,2 = 599,6 \text{ см}^4.$$

3. Определение центробежного момента инерции относительно центральных осей  $X_c$  и  $Y_c$ :

$$I_{XcYc} = I_{X1Y1} + I_{X2Y2} + a_1 b_1 A_1 + a_2 b_2 A_2,$$

$I_{X2Y2} = 0$ , т.к. швеллер имеет горизонтальную ось симметрии, то собственные центральные оси швеллера являются главными;

$$I_{XcYc} = 122 + 0 + (-4,03) \cdot 2,49 \cdot 22,8 + 4,06 \cdot (-2,55) \cdot 22,2 = -336,6 \text{ см}^4.$$

4. Определение моментов сопротивления относительно центральных осей  $X_c$  и  $Y_c$ :

$$W_{Xc} = \frac{I_{Xc}}{Y_{\max}}; \quad W_{Yc} = \frac{I_{Yc}}{X_{\max}},$$

где  $X_{\max}, Y_{\max}$  - максимальные расстояния от центра тяжести всей фигуры до наиболее удалённых точек по центральным осям;

$$X_{\max} = X_c = 9,58 \text{ см};$$

$$Y_{\max} = Y_c = 13,06 \text{ см}.$$

$$W_{x_c} = \frac{2135,1}{13,06} = 163,5 \text{ см}^3;$$

$$W_{y_c} = \frac{599,6}{9,58} = 62,6 \text{ см}^3.$$

5. Определение положения главных центральных осей (U, V) и угла наклона ( $\alpha$ ):

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \cdot (-336,6)}{2135,1 - 599,6} = 0,4384$$

$\alpha = 11,8^\circ$ , угол откладывается против часовой стрелки.

6. Определение главных центральных моментов инерции относительно главных центральных осей:

$$I_{\min(V)}^{\max(U)} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2}$$

$$\begin{aligned} I_{\max}^U &= \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \\ &= \frac{2135,1 + 599,6}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(2135,1 - 599,6)^2 + 4 \cdot (-336,6)^2} = 2205,6 \text{ см}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{\min}^V &= \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \\ &= \frac{2135,1 + 599,6}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(2135,1 - 599,6)^2 + 4 \cdot (-336,6)^2} = 529 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

7. Определение моментов сопротивления относительно главных центральных осей (U, V):

$$W_{\max}^U = \frac{I_U}{V_{\max}} = \frac{2205,6}{8,75} = 252 \text{ см}^3.$$

$$W_{\min}^V = \frac{I_V}{U_{\min}} = \frac{529}{8,13} = 65,1 \text{ см}^3.$$

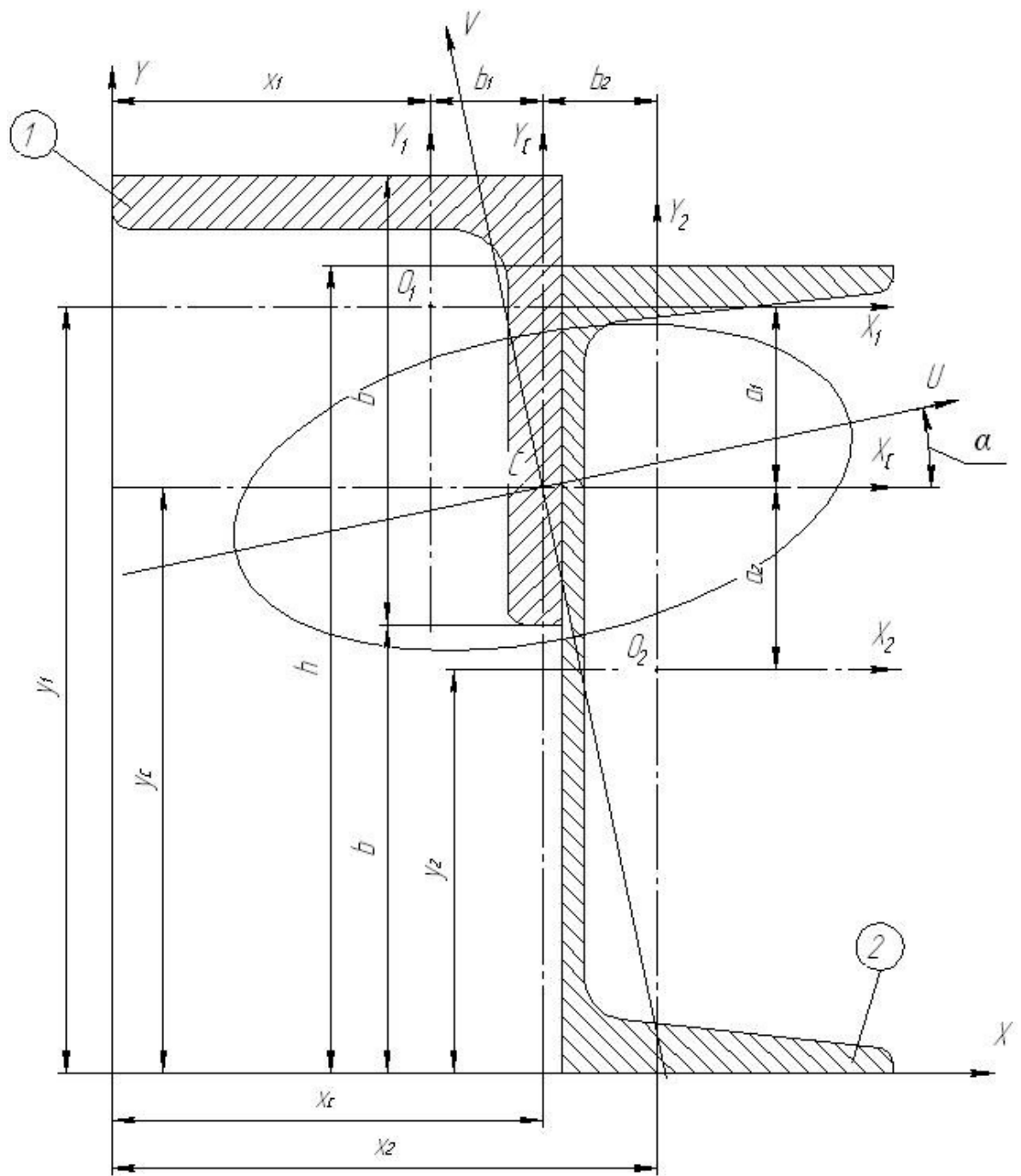
8. Определение радиусов инерции (i) относительно центра тяжести:

$$i_{\max(U)} = \pm \sqrt{\frac{I_U}{\sum A}} = \pm \sqrt{\frac{2205,6}{45}} = \pm 7 \text{ см};$$

$$i_{\min(V)} = \pm \sqrt{\frac{I_V}{\sum A}} = \pm \sqrt{\frac{529}{45}} = \pm 3,43 \text{ см}.$$

9. Проверка:

$$\begin{aligned} |I_{x_c}| + |I_{y_c}| &= |I_U| + |I_V|, \\ 2135,1 + 599,6 &= 2205,6 + 529 \\ 2735 &= 2735 \text{ (см}^4\text{)} \end{aligned}$$



Задача 2. Растяжение прямых стержней. Определение напряжений и деформаций

Условие и порядок выполнения работы.

1. Стальной стержень ступенчатого сечения находится под действием внешней силы и собственного веса.
2. Необходимо построить эпюры:
  - нормальных продольных сил;
  - нормальных напряжений;
  - перемещения сечений стержня относительно жёсткой заделки.

Площадь большего поперечного сечения стержня в 2 раза превышает меньшую.

Модуль продольной упругости для стали принимается равным:

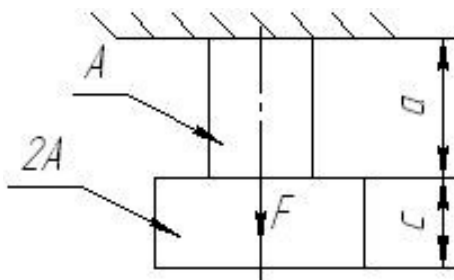
$$E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа,}$$

$$\text{удельный вес } \gamma=78 \text{ кН/м}^3;$$

$$\text{нагрузка } F=1,7 \text{ кН;}$$

$$\text{площадь меньшего сечения } A=2,1 \text{ см}^2$$

$$\text{длины участков: } a=22 \text{ м, } c=14 \text{ м.}$$



Решение.

1. Для определения внутренних усилий разбиваем стержень на отдельные участки, начиная от свободного конца.

Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы, и место изменения размеров поперечного сечения. Таким образом, заданный стержень имеет два участка.

Применяя метод сечения, будем оставлять нижнюю часть и отбрасывать верхнюю отсечённую часть стержня.

2. Определение реакции опоры  $R_A$  в жёсткой заделке в точке А

$$\Sigma F(z)=0;$$

$$-R_A + G_1 + G_2 + F = 0;$$

$$R_A = G_1 + G_2 + F;$$

$$G_1 = \gamma \cdot A \cdot a = 78 \cdot 2,1 \cdot 10^{-4} \cdot 22 = 0,36 \text{ кН;}$$

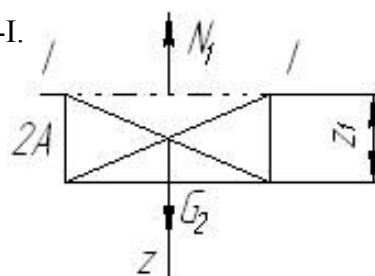
$$G_2 = \gamma \cdot 2A \cdot b = 78 \cdot 2 \cdot 2,1 \cdot 10^{-4} \cdot 14 = 0,459 \text{ кН.}$$

$$R_A = 0,36 + 0,459 + 1,7 = 2,519 \text{ кН.}$$

3. Определение продольной силы  $N$  в сечениях стержня методом сечения.

Проведём продольное сечение на участке I-I.

Сечение I-I



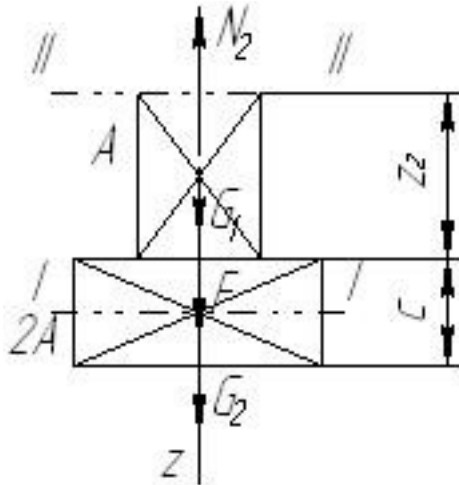
$$\Sigma F(z)=0 \text{ при } 0 \leq z_1 \leq c$$

$$-N_1 + G_2 = 0$$

$$\text{при } z_1 = 0 \quad N_1 = G_2 = \gamma \cdot 2A \cdot z_1 = 0$$

$$\text{при } z_1 = c \quad N_1 = G_2 = \gamma \cdot 2A \cdot c = 78 \cdot 2 \cdot 2,1 \cdot 10^{-4} \cdot 14 = 0,459 \text{ кН.}$$

Сечение II-II



$$\Sigma F(z)=0 \text{ при } 0 \leq z_2 \leq a$$

$$-N_2 + G_2 = 0$$

$$\text{при } z_2 = 0 \quad N_2 = G_2 + F + G_1 =$$

$$= \gamma \cdot 2A \cdot c + F + \gamma \cdot A \cdot z_2 = 78 \cdot 2 \cdot 2,1 \cdot 10^{-4} \cdot 14 + 1,7 + 78 \cdot 2,1 \cdot 10^{-4} \cdot 0 = 2,159 \text{ кН;}$$

$$\text{при } z_2 = a \quad N_2 = G_2 + F + G_1 =$$

$$= \gamma \cdot 2A \cdot c + F + \gamma \cdot A \cdot a = 78 \cdot 2 \cdot 2,1 \cdot 10^{-4} \cdot 14 + 1,7 + 78 \cdot 2,1 \cdot 10^{-4} \cdot 22 = 2,519 \text{ кН.}$$

Построим эпюру, показывающую как меняется  $N$  по длине стержня.

4. Определение нормальных напряжений  $\sigma$ , возникающих в сечениях стержня;

Сечение I-I

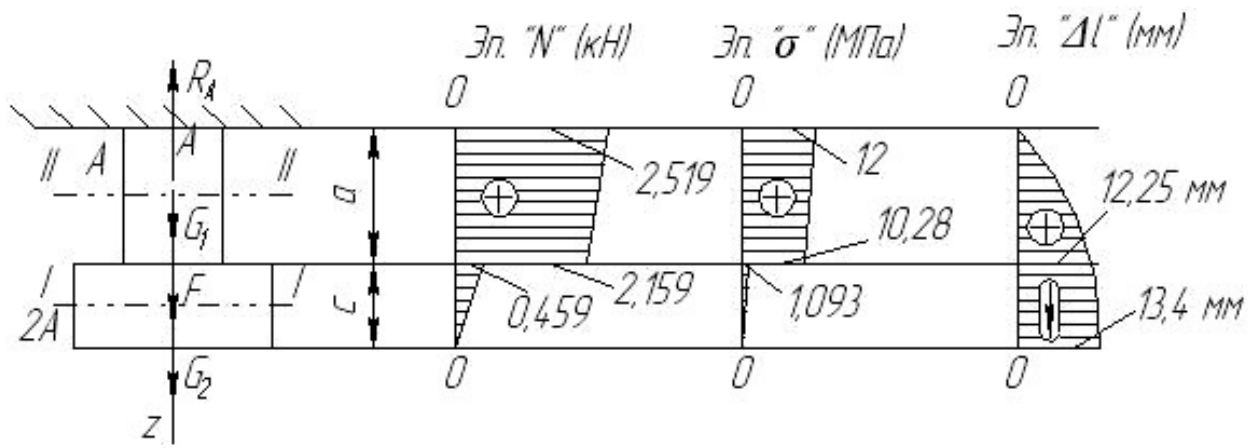
$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = 0;$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = \frac{0,459}{2 \cdot 2,1 \cdot 10^{-4}} = 1093 \text{ кН/м}^2 = 1,093 \text{ МПа.}$$

Сечение II-II

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{2,159}{2,1 \cdot 10^{-4}} = 10280 \text{ кН/м}^2 = 10,28 \text{ МПа;}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{2,519}{2,1 \cdot 10^{-4}} = 11995 \text{ кН/м}^2 = 12 \text{ МПа.}$$



5. Определение удлинения (перемещения)  $\Delta l$  сечений после деформации:

$$\Delta l = 0$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_2 \cdot a}{EA} + \frac{\gamma \cdot a^2}{2E} = \frac{2,159 \cdot 22}{2 \cdot 10^5 \cdot 2,1 \cdot 10^{-4}} + \frac{78 \cdot 22^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^5} = 1,131 + 0,094 = 1,225 \text{ см};$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 + \frac{N_1 \cdot c}{2EA} + \frac{\gamma \cdot c^2}{2E} = 1,225 + \frac{0,459 \cdot 14}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2,1 \cdot 10^{-4}} + \frac{78 \cdot 14^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,077 + 0,038 = 1,34 \text{ см}.$$

6. Определение погрешности

$$\sigma_{расч} \leq [\sigma],$$

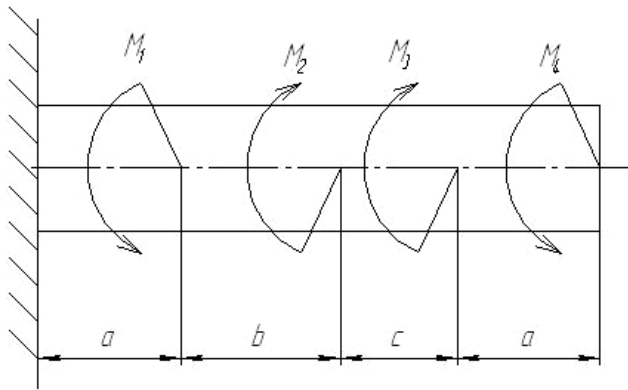
$$\sigma_{расч} = \frac{N_2}{A} = \frac{2,519}{2,1 \cdot 10^{-4}} = 11995 \text{ кН/м}^2 = 12 \text{ МПа},$$

$$12 \text{ МПа} \leq 160 \text{ МПа}.$$

### Задача 3. Кручение стержней круглого сплошного сечения

Условие и порядок выполнения работы

1. Стальной вал круглого сплошного поперечного сечения нагружен внешними скручивающими моментами в соответствии с заданной схемой. Требуется построить эпюру внутренних крутящих моментов и из условия прочности определить диаметр вала. Полученный из расчёта диаметр вала округлить до ближайшего целого числа соответственно 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100.
2. Для принятого диаметра вала построить эпюру углов закручивания поперечных сечений относительно крайнего левого сечения. Определить также относительный угол закручивания (на 1 пог. м). Модуль упругости при кручении для стали принять равным  $8 \cdot 10^4$  МПа.



Длины участков:

$a=1,7$  м;  $b=1,9$  м;  $c=1,4$  м;

Внешние скручивающие моменты:

$T_1=1,9$  кН·м;  $T_2=2,1$  кН·м;  $T_3=2,4$  кН·м;  $T_4=1,6$  кН·м.

Допускаемое касательное напряжение  $[\tau]=65$  МПа.

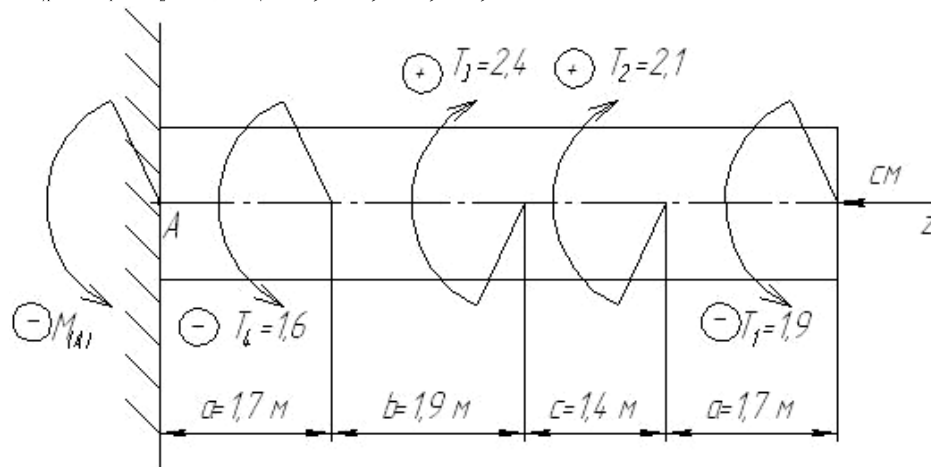
Решение.

1. Определение реактивного момента в жёсткой заделке в точке А:

$\Sigma M(A)=0$ ;

$-M_A - T_1 + T_2 + T_3 - T_4 = 0$

$M_A = -T_1 + T_2 + T_3 - T_4 = -1,9 + 2,1 + 2,4 - 1,6 = 1$  кН·м.



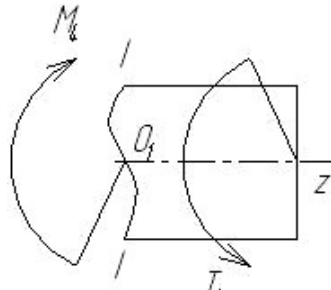
2. Определение внутренних крутящих моментов, возникающих в сечениях стержня:

Сечение I-I

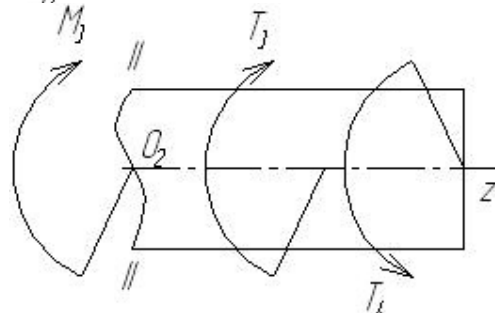
$\Sigma M(O_1)=0$ ;

$-T_4 + M_4 = 0$

$M_4 = T_4 = 1,9$  кН·м.



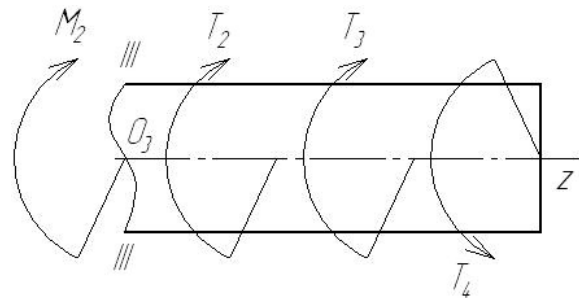
Сечение II-II



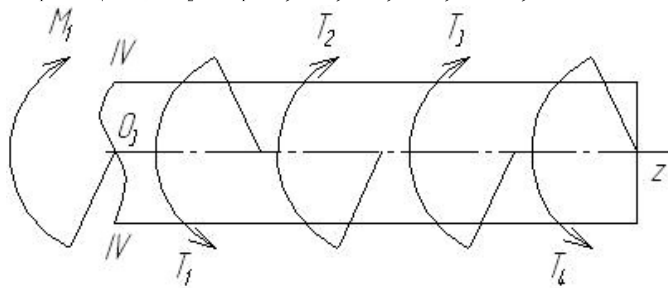


$$\begin{aligned} \Sigma M(O_2) &= 0; \\ -T_4 + T_3 + M_3 &= 0 \\ M_3 &= T_4 - T_3 = 1,9 - 2,4 = -0,5 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Сечение III-III  
 $\Sigma M(O_3) = 0;$   
 $-T_4 + T_3 + T_2 + M_2 = 0$   
 $M_2 = T_4 - T_3 - T_2 = 1,9 - 2,4 - 2,1 = -2,6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$



Сечение IV-IV  
 $\Sigma M(O_4) = 0;$   
 $-T_4 + T_3 + T_2 - T_1 + M_1 = 0$   
 $M_1 = T_4 - T_3 - T_2 + T_1 = 1,9 - 2,4 - 2,1 + 1,9 = -0,7 \text{ кН} \cdot \text{м}.$



3. Определение диаметра вала из условия прочности при кручении:

$$\tau_{расч} = \frac{|M_{\max}|}{W_p} \leq [\tau] \leq 65 \text{ МПа}$$

$$W_p = \frac{|M_{\max}|}{\tau_{расч}} = \frac{2,6}{65000} = 0,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16};$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 W_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,4 \cdot 10^{-4}}{3,14}} = 0,059 \text{ м} = 5,9 \text{ см}.$$

Принимаем  $d = 0,06 \text{ м}.$

$$W_p = \frac{3,14 \cdot 0,06^3}{16} = 0,4239 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$\tau_{расч} = \frac{2,6}{0,4239 \cdot 10^{-4}} = 61335 \text{ кН/м}^2 = 61,3 \text{ МПа} \leq [\tau].$$

4. Определение углов закручивания, возникающих в сечениях стержня:

$$\varphi_1 = \frac{M_i \cdot l}{G \cdot I_p},$$

где  $G \cdot I_p = G \frac{\pi d^4}{32} = \frac{8 \cdot 10^4 \cdot 3,14 \cdot 6^4}{32} = 0,785 \text{ МПа} = 785 \text{ кН/м}^2$ .

$$\varphi_1 = \frac{M_1 \cdot a}{785} = \frac{-0,7 \cdot 1,7}{785} = -0,0015 \text{ рад};$$

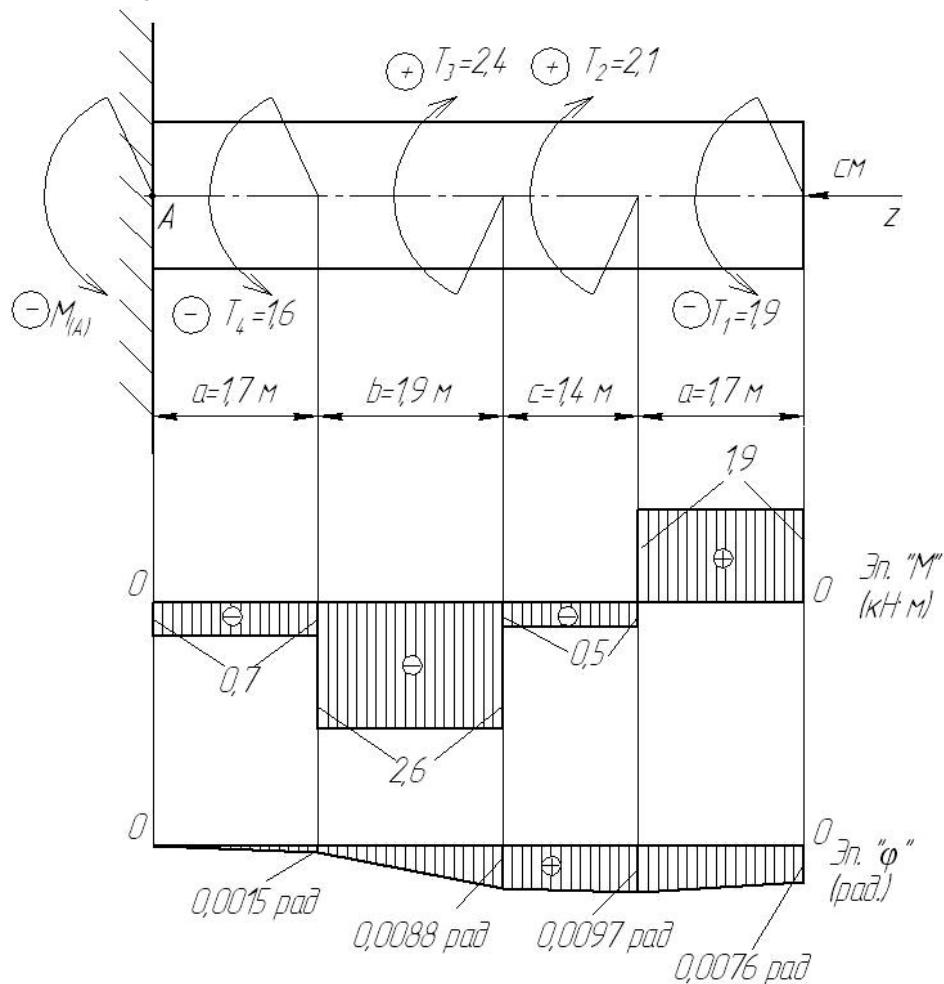
$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{M_2 \cdot b}{785} = -0,0015 + \frac{-2,6 \cdot 1,9}{785} = -0,0088 \text{ рад};$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \frac{M_3 \cdot c}{785} = -0,0088 + \frac{-0,5 \cdot 1,4}{785} = -0,0097 \text{ рад};$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + \frac{M_4 \cdot c}{785} = -0,0097 + \frac{1,9 \cdot 1,7}{785} = -0,0076 \text{ рад}.$$

5. Определение относительного угла закручивания, возникающего на валу;

$$\varphi_{\text{отн}} = \frac{M_1 \cdot a}{G \cdot I_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = -0,0015 \cdot \frac{180}{3,14} = -0,09^\circ.$$



Задача 4. Изгиб. Статически определимые балки и рамы.

## Условие и порядок выполнения задачи

1. Для заданной схемы статически определимой балки определить опорные реакции и построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

На эпюрах должны быть проставлены числовые значения величин в характерных точках.

Для каждого участка балки записать уравнения определяемых величин и вычислить их значения для характерных точек.

2. В задаче 4 дополнительно:

- из условия прочности подобрать стальную балку двутаврового сечения;
- вычислить для этой балки максимальные значения нормального и касательного напряжений;
- в опасных сечениях построить эпюры изменения нормальных и касательных напряжений по высоте двутавровой балки;
- определить прогибы в характерных точках балки (середина пролёта, точки приложения сил, крайние точки на консолях);
- по найденным точкам построить изогнутую ось балки. Вычислить также угол поворота сечения на правой опоре.

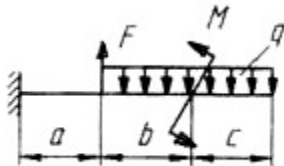
Чертежи балок выполняются в произвольном масштабе.

3. В задаче 4а из условия прочности подобрать балку прямоугольного сечения из древесины при отношении высоты к ширине ( $h:b=4:1$ ). Допускаемое нормальное напряжение для древесины принять равным 10 МПа.

$$F=26 \text{ кН}; q=16 \text{ кН/м}; M=26 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

$$\text{Длина участков: } a=3,2 \text{ м}; b=2,4 \text{ м}; c=1,6 \text{ м}.$$

### Задача 4.



1. Определение опорной реакции.

$$R_A + F - qbc = 0$$

$$R_A = q(b+c) - F = 16 \cdot (2,4 + 1,6) - 26 = 38 \text{ кН}.$$

Определение крутящего момента в точке А

$$-M_A - Fa - M + q(b+c)\left(a + \frac{b+c}{2}\right) = 0$$

$$M_A = -Fa - M + q(b+c)\left(a + \frac{b+c}{2}\right) = -26 \cdot 3,2 - 26 + 16 \cdot (2,4 + 1,6)\left(3,2 + \frac{2,4 + 1,6}{2}\right) = 223,6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

2. Определение внутренних силовых факторов методом сечений

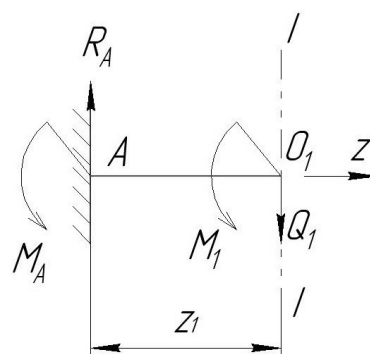
Сечение I-I

$$0 \leq z_1 \leq a$$

$$R_A - Q_1 = 0$$

$$Q_1 = R_A = 38 \text{ кН}.$$

$$\Sigma M(O_1) = 0$$



$$-M_1 - M_A + R_A z_1 = 0$$

$$M_1 = -M_A + R_A z_1$$

$$z_1 = 0 \quad M_1 = -223,6 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

$$z_1 = a \quad M_1 = -223,6 + 38 \cdot 3,2 = -102 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Сечение II-II

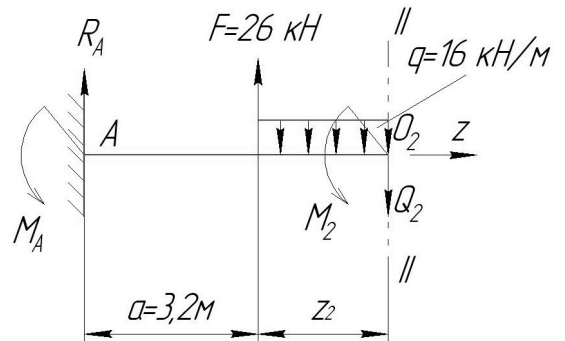
$$0 \leq z_2 \leq b$$

$$R_A + F - q \cdot z_2 - Q_2 = 0$$

$$Q_2 = R_A + F - q \cdot z_2$$

$$z_2 = 0 \quad Q_2 = R_A + F = 38 + 26 = 64 \text{ кН}$$

$$z_2 = b \quad Q_2 = R_A + F - q \cdot b = 38 + 26 - 16 \cdot 2,4 = 25,6 \text{ Н}$$



$\Sigma M(O_2) = 0$

$$-M_2 - M_A + R_A (a + z_2) + F z_2 - q z_2 z_2 / 2 = 0$$

$$M_2 = -M_A + R_A (a + z_2) + F z_2 - q z_2 z_2 / 2 = -223,6 + 38 \cdot (a + z_2) + F z_2 - q z_2 z_2 / 2 =$$

$$z_2 = 0 \quad M_2 = -M_A + R_A a = -223,6 + 38 \cdot 3,2 = -102 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

$$z_2 = b \quad M_2 = -M_A + R_A (a + b) + F b - q b^2 / 2 = -223,6 + 38(3,2 + 2,4) + 26 \cdot 2,4 - 16 \cdot 2,4^2 / 2 = 5,52 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Сечение III-III

$$0 \leq z_3 \leq c$$

$$Q_3 - q z_3 = 0$$

$$Q_3 = q z_3$$

$$z_3 = 0 \quad Q_3 = 0$$

$$z_3 = c \quad Q_3 = q c = 16 \cdot 1,6 = 25,6 \text{ кН}$$

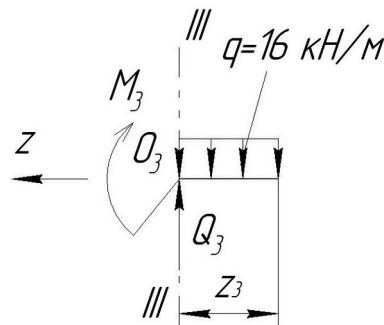
$$\Sigma M(O_3) = 0$$

$$M_3 + q z_3 z_3 / 2 = 0$$

$$M_3 = -q z_3 z_3 / 2$$

$$z_3 = 0 \quad M_3 = 0$$

$$z_3 = c \quad M_3 = -q c^2 / 2 = -16 \cdot 1,6^2 / 2 = -20,5 \text{ кН.}$$



Сечение IV-IV

$$0 \leq z_4 \leq c$$

$$Q_4 - q (c + z_4) = 0$$

$$Q_4 = q (c + z_4)$$

$$z_4 = 0 \quad Q_4 = qc = 16 \cdot 1,6 = 25,6 \text{ кН}$$

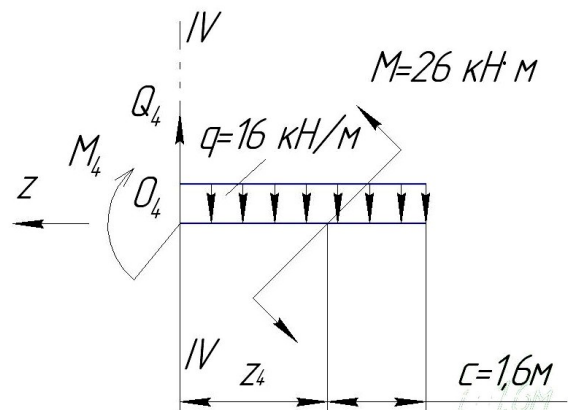
$$z_4 = b \quad Q_4 = q (c + b) = 16(1,6 + 2,4) = 64 \text{ кН.}$$

$$\Sigma M(O_4) = 0$$

$$M_4 - M + q (c + z_4)(c + z_4) / 2 = 0$$

$$M_4 = M - q (c + z_4)(c + z_4) / 2$$

$$z_4 = 0 \quad M_4 = M - q c^2 / 2 = 26 - 16 \cdot 1,6^2 / 2 = 5,52 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$



$$z_4 = b \quad M_4 = M - q (c + b)(c + b) / 2 = 26 - 16 (1,6 + 2,4)(1,6 + 2,4) / 2 = -102 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

3. Подбор сечения двутавровой балки

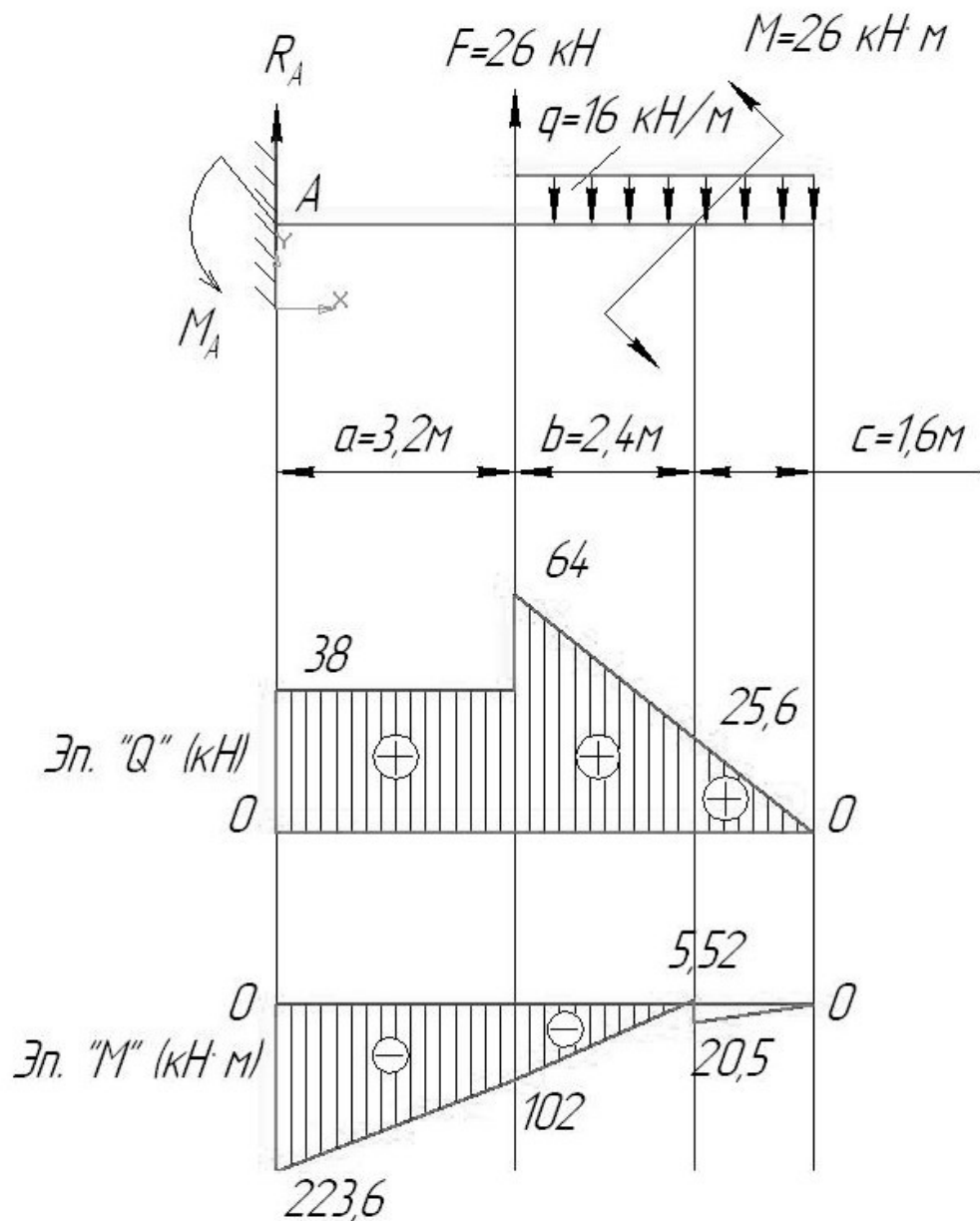
$$\sigma_{расч} = \frac{|M_{max}|}{W_x} \leq [\sigma], \quad [\sigma] = 160 \text{ МПа.}$$

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{223,6}{160000} = 14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 1400 \text{ см}^3$$

Выбираем двутавровую балку №50

$W_x = 1589 \text{ см}^3$ ;  $h = 500 \text{ мм}$ ;  $b = 170 \text{ мм}$ ;  $S = 10 \text{ мм}$ ;  $t = 12,5 \text{ мм}$ .

$I_x = 39727 \text{ см}^4$ ;  $S_x = 919 \text{ см}^3$



$$\sigma_{расч} = \frac{|M_{max}|}{W_x} = \frac{223,6}{1589 \cdot 10^{-6}} = 141 \text{ МПа.}$$

$$\delta = \left| \frac{141 - 160}{141} \right| \cdot 100\% = 13,5 \%$$

$$\tau_{\max(1)} = \frac{|Q_{\max}| S_X}{I_X S} = \frac{64 \cdot 10^3 \cdot 919 \cdot 10^{-6}}{39727 \cdot 10^{-8} \cdot 0,01} = 14,8 \text{ МПа}$$

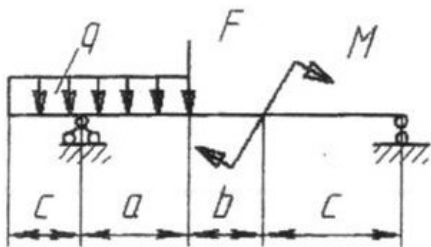
$$\tau_{(2)} = \frac{|Q_{\max}| S_X}{I_X S}$$

$$S_X = bt \frac{h}{2} = 0,17 \cdot 0,0125 \frac{0,5}{2} = 0,00053 \text{ м}^3$$

$$\tau_{(2)} = \frac{64 \cdot 10^3 \cdot 0,00053}{39727 \cdot 10^{-8} \cdot 0,01} = 8,5 \text{ МПа}$$

$$\tau_{(2)} = \frac{|Q_{\max}| S_X}{I_X b} = \frac{64 \cdot 10^3 \cdot 0,00053}{39727 \cdot 10^{-8} \cdot 0,17} = 0,5 \text{ МПа.}$$

#### Задача 4а.



$F=26 \text{ кН}$ ;  $q=16 \text{ кН/м}$ ;  $M=26 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Длина участков:  $a=3,2 \text{ м}$ ;  $b=2,4 \text{ м}$ ;  $c=1,6 \text{ м}$ .

##### 1. Определение опорных реакций.

$$\Sigma M(A)=0;$$

$$-qc^2/2 + qa^2/2 + Fa - R_B(a+b+c) + M = 0$$

$$R_B = (-qc^2/2 + qa^2/2 + Fa + M)/(a+b+c) =$$

$$= (-16 \cdot 1,6^2/2 + 16 \cdot 3,2^2/2 + 26 \cdot 3,2 + 26)/(3,2+2,4+1,6) = (-20,48 + 81,92 + 83,2 + 26)/7,2 = 23,7 \text{ кН}$$

$$\Sigma M(B)=0;$$

$$-q(a+c)\left(\frac{a+c}{2} + b+c\right) + R_A(a+b+c) - F(b+c) + M = 0$$

$$R_A = (q(a+c)\left(\frac{a+c}{2} + b+c\right) + F(b+c) - M)/(a+b+c) =$$

$$= (16(3,2+1,6)\left(\frac{3,2+1,6}{2} + 2,4+1,6\right) + 26(2,4+1,6) - 26)/(3,2+2,4+1,6) =$$

$$= (491,59 + 104 - 26)/7,2 = 79,1 \text{ кН.}$$

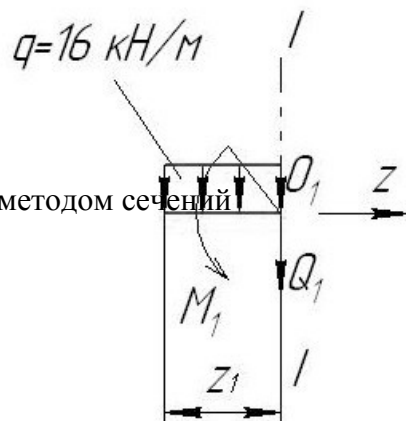
Проверка

$$\Sigma F(y) = \Sigma R$$

$$-q(a+c) - F + R_A + R_B = 0$$

$$-16(3,2+1,6) - 26 + 79,1 + 23,7 = 0$$

##### 2. Определение внутренних силовых факторов методом сечений



Сечение I-I

$$0 \leq z_1 \leq c$$

$$-q z_1 - Q_1 = 0$$

$$Q_1 = -q z_1$$

$$z_1 = 0 \quad Q_1 = -q \cdot 0 = 0$$

$$z_1 = c \quad Q_1 = -q c = -16 \cdot 1,6 = -25,6 \text{ кН.}$$

$$\Sigma M(O_1) = 0$$

$$-M_1 - qz_1^2/2 = 0$$

$$M_1 = -qz_1^2/2.$$

$$z_1 = 0 \quad M_1 = 0 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

$$z_1 = c \quad M_1 = -qc^2/2 = -16 \cdot 1,6^2/2 = -20,48 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Сечение II-II

$$0 \leq z_2 \leq a$$

$$-q(c+z_2) + R_A - Q_2 = 0$$

$$Q_2 = -q(c+z_2) + R_A$$

$$z_2 = 0 \quad Q_2 = -qc + R_A = -16 \cdot 1,6 + 79,1 = 53,5 \text{ кН}$$

$$z_2 = a \quad Q_2 = -q(c+a) + R_A = -16(1,6+3,2) + 79,1 = 2,3 \text{ кН.}$$

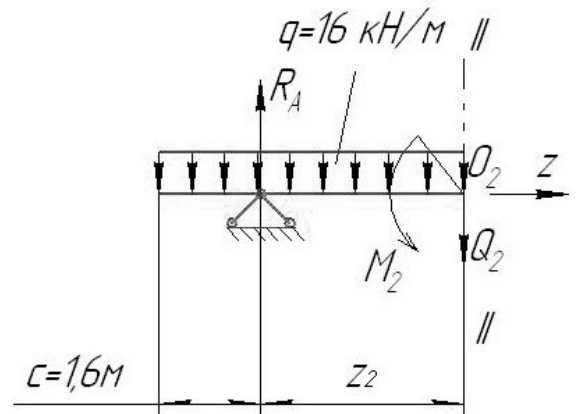
$$\Sigma M(O_2) = 0$$

$$-q(c+z_2)^2/2 + R_A z_2 - M_2 = 0$$

$$M_2 = -q(c+z_2)^2/2 + R_A z_2$$

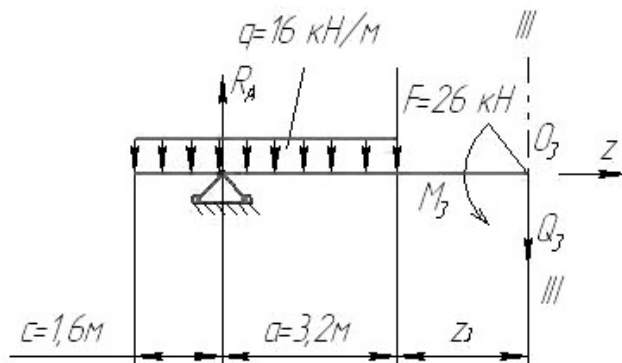
$$z_2 = 0 \quad M_2 = -qc^2/2 = -16 \cdot 1,6^2/2 = -20,48 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

$$z_2 = a \quad M_2 = -q(c+a)^2/2 + R_A a = -16(1,6+3,2)^2/2 + 79,1 \cdot 3,2 = -115,52 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$



Сечение III-III

$$0 \leq z_3 \leq b$$



$$-q(c+a) + R_A + F - Q_3 = 0$$

$$Q_3 = -q(c+a) + R_A + F = -16(1,6+3,2) + 79,1 + 26 = -23,7 \text{ кН.}$$

$$\Sigma M(O_3) = 0$$

$$-q(c+a)\left(\frac{c+a}{2} + z_3\right) + R_A(a+z_3) - F z_3 - M_3 = 0$$

$$M_3 = -q(c+a)\left(\frac{c+a}{2} + z_3\right) + R_A(a+z_3) - F z_3$$

$$z_3=0 \quad M_3 = -q \left( \frac{c+a}{2} \right) + R_A a = -16(1,6+3,2) \frac{1,6+3,2}{2} + 79,1 \cdot 3,2 = 68,8 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

$$z_3=b \quad M_3 = -q \left( \frac{c+a}{2} + b \right) + R_A (a+b) - F b =$$

$$= -16(1,6+3,2) \left( \frac{1,6+3,2}{2} + 2,4 \right) + 79,1(3,2+2,4) - 26 \cdot 2,4 = 11,92 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

#### Сечение IV-IV

$$0 \leq z_4 \leq c$$

$$R_B + Q_4 = 0$$

$$Q_4 = -R_B = -23,7 \text{ кН}$$

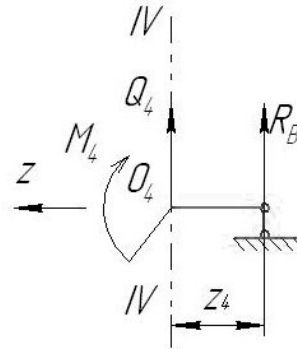
$$\Sigma M(O_4) = 0$$

$$-R_B z_4 + M_4 = 0$$

$$M_4 = R_B z_4$$

$$z_4=0 \quad M_4 = 0$$

$$z_4=c \quad M_4 = R_B c = 23,7 \cdot 1,6 = 37,92 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$



#### Сечение V-V

$$0 \leq z_5 \leq b$$

$$R_B + Q_5 = 0$$

$$Q_5 = -R_B = -23,7 \text{ кН}$$

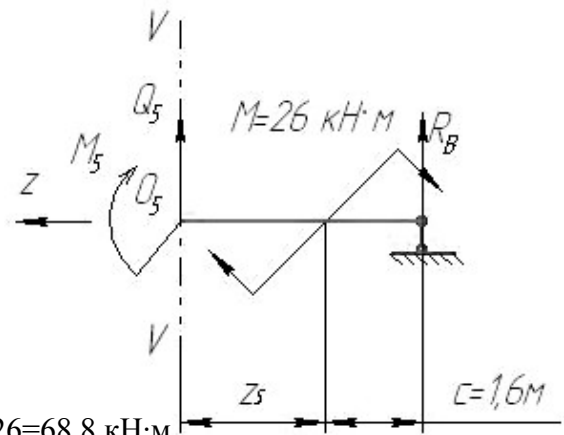
$$\Sigma M(O_5) = 0$$

$$-R_B (c+z_5) + M + M_5 = 0$$

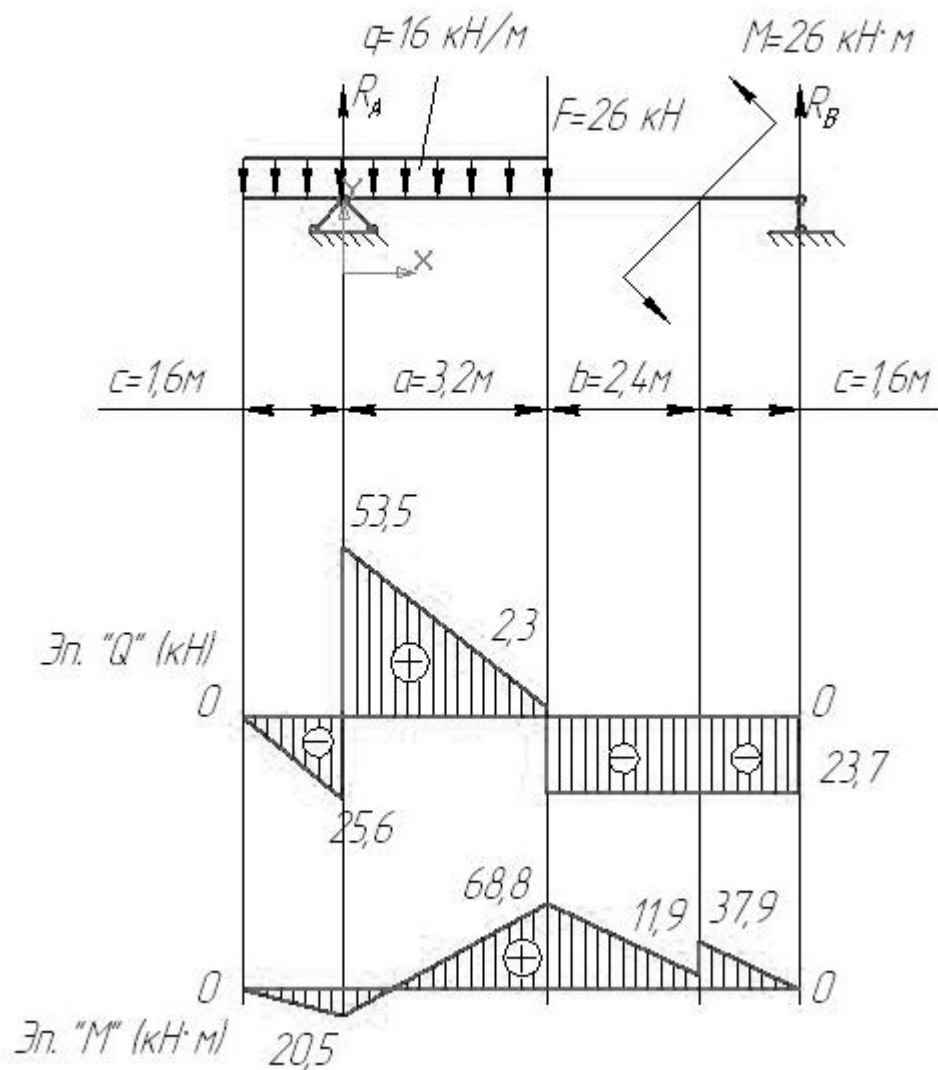
$$M_5 = R_B (c+z_5) - M$$

$$z_5=0 \quad M_5 = 23,7 \cdot 1,6 - 26 = 11,92 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$z_5=b \quad M_5 = R_B (c+b) - M = 23,7(1,6+2,4) - 26 = 68,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$$







### 3. Подбор сечения прямоугольной балки

Из условия прочности подобрать балку прямоугольного сечения из древесины при отношении высоты к ширине ( $h:b=4:1$ ). Допускаемое нормальное напряжение для древесины принять равным 10 МПа.

$$\sigma_{расч} = \frac{|M_{max}|}{W_x} \leq [\sigma], \quad [\sigma] = 10 \text{ МПа.}$$

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{68,8}{10000} = 0,00688 \text{ м}^3 = 6880 \text{ см}^3$$

Для балки прямоугольного сечения:  $W_x = \frac{bh^2}{6}$

Из условия:  $h=4b$ .

$$W_x = \frac{16b^3}{6}; \quad b^3 = 0,375W_x$$

Отсюда  $b = \sqrt[3]{0,375 \cdot 6880} = 13,7 \text{ см.}$  Принимаем  $b=14 \text{ см.}$   $h=14 \cdot 4=56 \text{ см.}$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{14 \cdot 56^3}{12} = 204885 \text{ см}^4;$$

$$W_x = \frac{14 \cdot 56^2}{6} = 7317 \text{ см}^3$$

$$\sigma_{расч} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} = \frac{68,8}{7317 \cdot 10^{-3}} = 9,4 \text{ МПа.}$$

$$\delta = \frac{9,4 - 10}{9,4} \cdot 100\% = 6,4 \%$$